Gödel y el tiempo

Posted on 1 de abril de 2009 by Jesús Mosterín

Palle Yourgrau, profesor de filosofía en la universidad de Brandeis, es un gran admirador de Kurt Gödel (1906-1978). Desde luego, todos compartimos su admiración por la obra lógica de Gödel y por la serie de teoremas lógicos que llevan su nombre, de importancia decisiva e indiscutible.

En 1930 probó Gödel el teorema de completud de la lógica de primer orden, que dice que el conjunto de las fórmulas válidas (de primer orden, es decir, con cuantificación sobre individuos, no sobre conjuntos) es recursivamente enumerable o, lo que es lo mismo, que todas las consecuencias de unos axiomas dados pueden ser obtenidas mediante un cálculo deductivo. En 1931 demostró el todavía más famoso teorema de incompletud: una teoría formal que contenga la aritmética más elemental (es decir, en la que sean definibles las funciones recursivas primitivas) no puede ser a la vez consistente, axiomatizable y completa. Si es consistente y axiomatizable, entonces necesariamente ha de ser incompleta (no puede abarcar a todas las verdades expresables en su lenguaje). De hecho, Gödel ofreció un procedimiento para construir, en función de cada sistema de reglas y axiomas, una expresión verdadera pero no deducible con esas reglas a partir de esos axiomas. En 1933 probó que, al contrario de lo que se pensaba, la lógica y la aritmética intuicionista no es más segura que la clásica. Si pudiéramos obtener una contradicción en la lógica y la aritmética clásica, podríamos automáticamente construir otra en la intuicionista. En 1938 logró obtener una prueba de la consistencia relativa del axioma de elección y la hipótesis del continuo respecto a los otros axiomas de la teoría de conjuntos, construyendo dentro de la teoría cercenada un modelo interno en el que ya valen el axioma de elección y la hipótesis del continuo. Todos estos resultados trastocaron ideas anteriores comúnmente aceptadas y fueron alcanzados con métodos muy novedosos y creativos.

Sin embargo, y fuera ya del mundo de la matemática pura, Gödel tenía muy poco sentido de la realidad. En su vida privada era proclive a todo tipo de creencias extrañas, manías, obsesiones y preocupaciones infundadas. Ya desde el principio temía ser envenenado, y hacía que su mujer probase previamente todo lo que iba a comer. Cuando, al final, su mujer fue hospitalizada, se negó a comer, muriendo (según el parte médico) de inanición voluntaria, con menos de treinta kilos de peso, por miedo a ser envenenado. También pensaba que había una conspiración de los médicos en su contra. Creía en espíritus, en fantasmas y en la inmortalidad.

Aunque nunca había tenido una formación filosófica académica, Gödel había leído por su cuenta a Platón, Leibniz, Kant y Husserl. Pensaba que había una conspiración para destruir los manuscritos de Leibniz, a fin de evitar que los hombres se hicieran más inteligentes. Su compañero vienés Karl Menger comentó al respecto que Gödel aplicaba a Leibniz su propio complejo de persecución. Sobre todo, creía en un mundo matemático platónico independiente, que nosotros podemos ver mediante una facultad de intuición intelectual comparable a la percepción sensible. En general, creía que los conceptos tienen una existencia independiente de los pensadores que los piensan. Estaba en contra del positivismo, el materialismo y el escepticismo, que él consideraba característicos del pensamiento filosófico del siglo XX; y simpatizaba con el platonismo y el espiritualismo, que identificaba con un pasado mejor. Hizo una incursión en la filosofía del tiempo, apoyada en una contribución técnica a la teoría general de la relatividad, de la que sacó consecuencias filosóficas que casi nadie aceptó, ni entre los físicos ni entre los filósofos. De hecho, nadie se la ha tomado en serio, con la excepción de Yourgrau.

La falta de repercusión de las ideas gödelianas del tiempo han escandalizado a Yourgrau, como manifiesta repetidamente en su libro aquí comentado. Gödel era proclive a las explicaciones conspiratorias de las cosas que le pasaban (e incluso de algunas que no le pasaban). Parece que algo de ello se le ha pegado a Yourgrau: tras la publicación del artículo de Gödel sobre el tiempo «sucedió algo realmente asombroso: nada. […] Una conspiración de silencio cayó sobre la amistad de Einstein y Gödel y sus consecuencias científicas» (pp. 20-21). ¿Por qué nadie prestaba atención a las ideas filosóficas de Gödel sobre el tiempo? «En ello había un silencio ensordecedor» (p. 154). «¿Qué había salido mal? […] La comunidad astrofísica veía a Gödel como un extraño que, además, nadaba contra la corriente intelectual. Pero la escandalosa indiferencia se extendió también a la filosofía. […] Sobre la cuestión de si había tenido éxito en demostrar que el tiempo es ideal, hubo un profundo silencio» (pp. 156-157). «Es asombroso que esta profunda visión sobre las implicaciones filosóficas de la teoría de la relatividad haya provocado tan escaso impacto en los físicos, pero más grave y desalentador es que las ideas de Gödel no hayan conseguido captar la atención de los filósofos» (p. 175). «El fracaso de sus contemporáneos –y el nuestro– en apreciar los logros de Gödel con su herencia einsteiniana es una historia en verdad triste. Pocas veces tantos han entendido tan poco sobre tanto» (pp. 177-178). Respecto al simposio en honor de Gödel celebrado en 1995 en la Universidad de Boston, Yourgrau comenta que «la celebración parecía un velatorio» (p. 208). «La actuación de Goldfarb y Dreben en la convención de la Universidad de Boston […] no fue una aberración. En su negativa permanente a encontrar cualquier elemento de valor en las contribuciones de Gödel a la filosofía […] se limitaban a continuar una larga tradición entre filósofos profesionales» (p. 224). «La valoración de Earman de lo que Gödel nos había enseñado fue completamente negativa. No pudo resistirse

a añadir, además, que el silencio que habían cosechado las conclusiones filosóficas de Gödel había sido, después de todo, "benigno"» (p. 226).

«¿Qué es el tiempo? –se interrogaba Agustín de Hipona en las *Confesiones*–. Si nadie me lo pregunta, lo sé; pero si quiero explicárselo al que me lo pregunta, ya no lo sé»San Agustín, *Confessiones*, libro 11, capítulo 14.. La pregunta por el tiempo remite enseguida a la cosmología. Según el modelo cosmológico estándar, el *big bang* es no sólo el origen del universo, sino también el origen del tiempo. «Antes» del *big bang* no había tiempo; ni siquiera había un antes, por lo que la expresión carece de sentido. Aunque el universo empieza con el *big bang*, y puesto que no hay instante alguno anterior al *big bang*, el universo ha existido siempre, es decir, para cualquier instante *t*, el universo ha existido en *t*. Sí, pero, ¿qué pasaba antes del *big bang*? La pregunta no tiene sentido. Ya Agustín de Hipona había escrito: «¿Qué hacía Dios, antes de hacer el cielo y la tierra? –Preparaba el infierno para los que preguntan demasiado».
El tiempo es una de las dimensiones del sistema de referencia espaciotemporal que usamos para describir la realidad. Es la dimensión que nos permite comprender el aspecto dinámico de las cosas. En un mundo estático no haría falta la noción de tiempo. Introducimos el tiempo en nuestro aparato conceptual para poder hablar de cambios y movimientos.

Aristóteles empieza su análisis del tiempo constatando que no hay tiempo sin movimiento, pero que no por eso se identifica con el movimiento. El tiempo es un aspecto, una dimensión del movimiento; es el aspecto en función del cual ordenamos (según el antes y el después) el movimiento, lo describimos, lo segmentamos, lo numeramos, lo medimos. De ahí la definición: «El tiempo es la medida del movimiento según lo anterior y lo posterior»*Physike akróasis*, IV, 219 b 1.. Si el tiempo es la medida del movimiento, el movimiento es a su vez (por ejemplo, en los relojes) la medida del tiempo. De hecho, tiempo y movimiento se miden mutuamente.

Newton (en *Principia Mathematica*, Escolio 1) introdujo una noción muy distinta, la del tiempo absoluto: «El tiempo absoluto, verdadero y matemático, de por sí y por su propia naturaleza, fluye uniformemente sin relación a nada externo, y con otro nombre se llama duración. El tiempo relativo, aparente y vulgar es alguna medida sensible y exterior (precisa o desigual) de la duración por medio del movimiento, usada vulgarmente en vez del verdadero tiempo; tal como la hora, el día, el mes o el año». El progreso en la comprensión científica del tiempo ha ido por el lado de lo que Newton llamaba el tiempo relativo y aparente, no por el del tiempo absoluto, que más bien ha resultado un callejón sin salida.

Medir un movimiento significa compararlo con otro especialmente regular, es decir, con el movimiento de un reloj. Por eso decía Einstein que el tiempo es lo que miden los relojes. Pero

una buena medida requiere un buen reloj, algo difícil de encontrar. Cualquier sistema cíclico, en que un determinado movimiento se repite una y otra vez, puede servir de reloj. La duración de un proceso se mide por el número de ciclos del reloj que transcurren entre su inicio y su final. Nuestro corazón es un reloj, cuyos latidos marcan aproximadamente los segundos. Pero no es un reloj cabal, pues se acelera en cuanto corremos o tenemos fiebre. Por eso siempre hemos mirado al cielo en busca de relojes más fiables.

Ya no pensamos que el espacio y el tiempo sean independientes. Como subrayó Minkowski en 1908, ambos están inextricablemente entrelazados como dimensiones de un mismo continuo, el espaciotiempo. La distancia real siempre es espaciotemporal. Es imposible mirar hacia atrás en el espacio sin mirar hacia atrás también en el tiempo. Cuando vemos una galaxia lejana, no la vemos como es ahora, sino como era hace miles de millones de años, cuando emitió la luz que ahora nos llega.

Albert Einstein, el creador de la teoría general de la relatividad, y Hermann Weyl, uno de sus mayores expertos, fueron contratados como profesores del Instituto de Estudios Avanzados de Princeton ya desde el momento mismo de su fundación. También había pasado por el Instituto Howard Robertson, que había deducido en 1935 la forma más general de la métrica para un espaciotiempo espacialmente homogéneo (la métrica de Friedmann-Robertson-Walker, que constituyen la base matemática de la cosmología del *big bang*). Con tan eminente compañía, no es de extrañar que a Gödel, también miembro del citado Instituto, se le acabase contagiando el interés por la teoría de la relatividad general y la cosmología. Gödel, que había conocido a Einstein durante su primera estancia en Princeton, en 1933, desarrolló con él una estrecha amistad. Ambos eran considerados en Princeton como genios extravagantes y un poco fuera del mundo. Ambos compartían la antipatía por el indeterminismo, eran muy inteligentes, iban directamente al núcleo de las cosas y se entendían bien. Daban largos paseos juntos. Y Einstein, famoso y cordial, protegía a Gödel, que tan desvalido parecía. Fue uno de sus testigos para la obtención de la nacionalidad estadounidense.

En 1946, Paul A. Schilpp, el editor de la *Library of Living Philosophers*, encargó a Gödel una colaboración para el volumen dedicado a Einstein. Como siempre, Gödel se atrasó considerablemente. Schilpp había esperado poder ofrecer el volumen ya impreso a Einstein con motivo de su septuagésimo cumpleaños (el 14 de marzo de 1949), pero no pudo ser. Y aunque, a petición de Schilpp, Gödel entregó a Einstein su manuscrito el día de la celebración del cumpleaños, a finales de 1949 todavía estaba añadiendo sus últimas notas al artículo. Schilpp había supuesto que Gödel se limitaría a escribir una nota personal sobre su amistad con Einstein, pero le sorprendió con una contribución técnica de gran calado. De hecho, Gödel se tomó muy en serio la tarea. Cuando, en 1947, su mujer, Adele, regresó a Viena para

ver a su familia y permaneció allí siete meses, Gödel se concentró en sus investigaciones sobre el tiempo en la relatividad general. El artículo apareció finalmente en 1949 bajo el título «A remark about the relationship between relativity theory and idealistic philosophy» (Nota sobre la relación entre la teoría de la relatividad y la filosofía idealista), publicado en el volumen *Albert Einstein, Philosopher-Scientist*, editado por Schilpp. En su contribución, Gödel sacaba las consecuencias filosóficas de los resultados matemáticos que acababa de obtener.

Gödel entendía por filosofía idealista aquella que niega la realidad objetiva del tiempo y, por tanto, también la del cambio. Ya la teoría especial de la relatividad había mostrado que no es posible considerar la simultaneidad como una relación absoluta, relativizándola al observador (o, mejor dicho, a las curvas temporaloides o cosmolíneas). Con ello el orden temporal queda también relativizado y, según Gödel, la noción de tiempo pierde su objetividad, pasando a ser algo subjetivo, puesto por el sujeto, tal y como había afirmado Kant. En este razonamiento, Gödel confunde la relatividad del tiempo con su subjetividad. Todo lo que es relacional es relativo, pero eso no implica que tenga que ser subjetivo. La propiedad del número 7 de ser menor (que otro) es una propiedad relativa, pero no es subjetiva. 7 es menor que 9, pero no es menor que 4; es menor o no que otro número, dependiendo de cuál sea ese otro número. De todos modos, la teoría general de la relatividad permite volver a introducir un tiempo universal o cósmico, igual para todos los observadores (para todas las cosmolíneas), al menos si usamos los modelos homogéneos e isotrópicos utilizados por la cosmología estándar, como ya salta a la vista en la aparición de la coordenada t de tiempo cósmico en la ecuación que define el elemento lineal y, por tanto, la métrica. En efecto, en estos modelos es posible introducir coordenadas que se mueven con las galaxias, que permiten (al menos, en principio) que los diversos observadores sincronicen sus relojes y coordinen sus tiempos locales en un tiempo universal.

Gödel acababa de descubrir soluciones de las ecuaciones einsteinianas del campo gravitatorio que determinan un modelo de universo rotatorio en el que es imposible encajar los tiempos locales de los observadores particulares en un tiempo cósmico, y en el que el tiempo pierde su valor absoluto. En ese universo gödeliano es posible viajar por el tiempo tanto hacia delante como hacia atrás, al menos en principio. A la objeción de que uno podría viajar a su propio pasado y, por ejemplo, matarse a sí mismo o a su padre, lo cual tendría consecuencias contradictorias, Gödel contesta que ese modelo no describe el mundo real y que, en todo caso, ese viaje en el tiempo, incluso según su modelo, no sería factible en la práctica, dada la cantidad de energía necesaria para llevarlo a cabo. En cualquier caso, el modelo de Gödel no puede representar el mundo real, pues es estacionario y no da cuenta del desplazamiento hacia el rojo del espectro de la luz que nos llega de las galaxias lejanas y que implica un universo dinámico. Tampoco se ha observado la rotación que lo caracteriza.

Gödel no pretendía que ese universo fuera el real, pero –como él mismo escribe– «el mero hecho de la compatibilidad con las leyes de la naturaleza de los universos en los que no se puede distinguir un tiempo absoluto y, por tanto, en los que no puede existir un lapso objetivo de tiempo, arroja algo de luz sobre el significado del tiempo también en los universos en que se *puede* definir un tiempo absoluto».

Gödel había probado que la existencia del tiempo cósmico o, equivalentemente, la inexistencia de líneas temporaloides (*timelike*) cerradas (es decir, de bucles temporales) no es una consecuencia necesaria de la relatividad general, pues no se sigue de las ecuaciones de Einstein, sino que es una mera consecuencia contingente de la distribución fáctica de la materia en el universo. Con ello, Gödel creía haber probado que la objetividad del tiempo no es una necesidad conceptual. Con eso pensaba haber arruinado la idea de que el tiempo fuera objetivo y haber reivindicado la filosofía idealista, entendiendo por tal la afirmación kantiana de que el sujeto pone el tiempo en la descripción de la realidad. Todo esto es muy discutible y los presupuestos, argumentos y motivos de Gödel tienen bien poco que ver con los de Kant.

En mayo de 1949, Gödel presentó sus resultados cosmológicos sobre universos rotatorios en una conferencia en el Instituto, con gran sorpresa de sus colegas, que no sabían que estuviera tan metido en física. Dos meses más tarde, los publicó en *Reviews of Modern Physics* bajo el título «An example of a new type of cosmological solutions of Einstein's field equations of gravitation» (Un ejemplo de un nuevo tipo de soluciones cosmológicas a las ecuaciones de Einstein del campo gravitatorio). La solución de Gödel determina un espaciotiempo homogéneo, pero no isotrópico (no igual en todas las direcciones para cualquier observador), ya que está sometido a una rotación de la materia respecto a la brújula de la inercia, es decir, a la tangente de la propia cosmolínea. Este universo gödeliano es homogéneo, infinito, está provisto de curvatura constante y es estacionario; en particular, por tanto, no admite expansión. Así pues, no es el universo real en que vivimos, sino sólo un universo posible (en el sentido de compatible con las leyes de la naturaleza expresadas en las ecuaciones einsteinianas del campo gravitatorio).

Cada punto del espaciotiempo cuatridimensional es un evento. Cada dos eventos están unidos por un intervalo, cuyo cuadrado viene dado por la métrica. Según que el valor del intervalo entre los eventos A y B sea negativo, cero o positivo, decimos que el correspondiente vector o intervalo es temporaloide, nulo o espacialoide. Una cosmolínea es una trayectoria posible en el espaciotiempo cuatridimensional, es decir, una sucesión continua de eventos unidos por intervalos temporaloides. En los modelos determinados por soluciones con densidad media de materia no nula conocidos hasta entonces, las cosmolíneas nunca son cerradas, es decir, si los eventos *A* y *B* están en la misma cosmolínea

y *A* precede a *B*, no hay ninguna cosmolínea en la que *B* preceda a *A*. En el modelo de Gödel, sin embargo, a pesar de que la densidad media de la materia es distinta de 0, son posibles líneas de universo tales que en una de ellas el evento *A* es anterior a *B* (pertenece al pasado de *B*), mientras que en otra *A* es posterior a *B* (pertenece al futuro de *B*), es decir, hay líneas cerradas de tiempo, lo que priva al tiempo de todo carácter absoluto.

El carácter estacionario de ese primer modelo rotatorio lo hacía de entrada incompatible con nuestro universo real en expansión. Ya en su contribución al volumen de Schilpp, Gödel había indicado que existen otras soluciones a las ecuaciones del campo gravitatorio que determinan universos rotatorios no estáticos, sino dinámicos, en expansión. En agosto de 1950, Gödel habló ante el Congreso Mundial de Matemáticos celebrado en Cambridge (Massachusetts), donde presentó sus nuevos resultados bajo el título de «Rotatory universes in general theory of relativity» (Universos rotatorios en la teoría general de la relatividad), publicado en las actas. Allí presentó una amplia gama de soluciones de las ecuaciones de Einstein, que determinan diversos universos posibles, todos ellos rotatorios, espacialmente homogéneos y finitos. Sin embargo, en estos nuevos modelos rotatorios ya no hay líneas cerradas temporaloides ni son posibles los viajes en el tiempo. Poco después dejó de interesarse activamente por la cosmología.

El modelo cosmológico rotatorio de Gödel es compatible con la relatividad general, pero es incompatible con el mundo real. Gödel se equivoca al sacar conclusiones sobre el tiempo en el mundo real a partir de su modelo meramente posible. Ya en 1917, Willem de Sitter había presentado el primer modelo cosmológico compatible con la relatividad general, un modelo vacío de un universo sin materia donde, sin embargo, dos partículas de prueba cualesquiera se alejarían exponencialmente entre sí. Desde luego, de ahí no se sigue que nuestro mundo real esté vacío o que la materia sea subjetiva o ideal. La inmensa mayoría de las cosas compatibles con la relatividad general no se dan en el mundo real. La relatividad general es un constreñimiento de cualquier descripción correcta de la realidad, pero no es ni mucho menos el único. Yourgrau se equivoca cuando piensa que Gödel tenía razón y que hubo una conspiración o un silencio escandaloso para ocultarlo. De hecho, y en este punto, quien tenía razón no era Gödel, sino sus críticos, y el silencio de estos últimos, como señaló John Earman, era más bien piadoso, para no ensañarse con un lógico tan eminente, aunque se tratase de una contribución fuera de su área.

El tiempo de la experiencia subjetiva (el tiempo que fluye y en el que el ahora es un instante móvil privilegiado), el tiempo de la serie A de McTaggart, no tiene significado físico alguno y no es representable en la teoría de la relatividad especial ni general ni en ninguna otra teoría física; en cualquier caso, es algo muy distinto del tiempo real, del tiempo que miden los relojes y que aparece como parámetro en las teorías de la física y como dimensión en el

espaciotiempo relativista, y que corresponde a la serie B de McTaggart. Yourgrau atribuye a Gödel haber mostrado con su modelo que el tiempo de la experiencia subjetiva es ilusorio, pero esa tesis ya la aceptaban casi todos los físicos y filósofos de la ciencia con anterioridad al modelo rotatorio de Gödel. Además, Yourgrau continuamente pasa (o parece que pasa) de la tesis correcta de que el tiempo de la experiencia subjetiva es ilusorio, subjetivo o ideal, a la extrapolación incorrecta de que el tiempo real también lo es. Ese paso no está justificado. El tiempo real, el tiempo como medida del movimiento, el tiempo como lo que miden los relojes, el tiempo como dimensión de la realidad cuatridimensional, el tiempo como la coordenada imprescindible para describir el cambio y el movimiento, ese tiempo es real y objetivo, no ilusorio ni subjetivo ni ideal, y no tiene nada que ver con Kant ni con el idealismo. Gödel, que tan geniales aciertos tuvo en tantas otras cosas, en ésta se equivocó. Y la defensa quijotesca que hace Yourgrau de su posición, por simpática que a veces resulte, no logra enmendar el fondo de la cuestión.

Autor: Palle Yourgrau

Edicion: Tusquets, Barcelona

Paginas: 270 pp.

Precio: 18 €

Titulo: UN MUNDO SIN TIEMPO. EL LEGADO OLVIDADO DE GÖDEL Y EINSTEIN