

De Frege y sobre Frege

Francisco Rodríguez Consuegra

1 octubre, 1997

Introducción a Frege

ANTHONY KENNY

Cátedra, Madrid, 1997

Trad. Carmen García Trevijano

Escritos filosóficos

GOTTLÖB FREGE

Crítica, Barcelona, 1996

Edición e introducción de Jesús Mosterín Trad. de Ulises Moulines y Andrés Rivadulla

Nos llegan dos nuevos títulos de y sobre uno de los fundadores de lo que hoy entendemos por lógica, fundamentos de la matemática, filosofía del lenguaje y filosofía analítica: Gottlob Frege (1848-1925). Dado nuestro panorama general, algo escaso en tales disciplinas, hay que comenzar alegrándose. Pasemos ahora a comentarlos con algún detalle.

Sobre el primero de los títulos, estamos ante un libro destinado probablemente a convertirse en la edición definitiva de los escritos más influyentes de Frege en castellano. Se compone de una introducción, ofreciendo una semblanza general del personaje, su obra y su contexto, y tres partes. De ellas, las dos primeras aparecieron ya publicadas anteriormente en ediciones separadas, respectivamente como *Fundamentos de la aritmética* (Laia, Barcelona, 1972), y *Estudios sobre semántica* (Ariel, Barcelona, 1971), traducidas por U. Moulines. Así, lo único realmente nuevo de esta edición es la tercera parte, *Sobre los fundamentos de la geometría*, que, traducida por A. Rivadulla, ocupa las páginas 265-334. Se trataba, sin embargo, de obras agotadas, así que era imprescindible disponer de nuevas ediciones, por lo que refundirlas en un mismo volumen ha sido una buena idea. Es una lástima que no se haya aprovechado la ocasión para incluir también los fragmentos más filosóficos de la obra cumbre de Frege, los *Grundgesetze der Arithmetik* (2 vols., 1893 y 1903), como se hizo en la traducción inglesa ya clásica de escritos de Frege que en 1960 publicaron Black y Geach. (De aquella obra de Frege, sin embargo, sí que aparecen traducciones del prólogo y la introducción en

la segunda parte del libro.)

La primera parte, *Los fundamentos de la aritmética*, recoge íntegramente el texto de lo que es uno de los libros filosóficos más brillantes de todos los tiempos: *Die grundlagen der Arithmetik*, que Frege publicó en 1884. En él, Frege dio a conocer los lineamientos básicos de su programa logicista, destinado a fundamentar rigurosamente la matemática en la lógica mediante definiciones lógico-conjuntistas de las entidades matemáticas, superando así tanto el punto de vista tradicional, kantiano, necesitado del apoyo de un cierto tipo de intuición, como el empirismo de Stuart Mill, que reducía las verdades matemáticas a generalizaciones empíricas. El núcleo de tal programa fue la definición de los números como clases de clases (extensiones de conceptos en la terminología fregeana), que es expuesta con todo lujo de detalles y por tanto lista para su tratamiento con los medios rigurosos de la lógica matemática, también introducidos por el propio Frege, tratamiento que tuvo lugar más tarde en la obra fundamental señalada en el párrafo anterior. El programa logicista fue dado a conocer más bien en la versión que de él llevó a cabo Bertrand Russell muy pocos años después (siguiendo ideas de Peano y Pieri), pero gran parte del mérito es de Frege.

La segunda parte, *Estudios sobresemántica*, traduce los artículos más célebres que Frege dedicó a desarrollar sus ideas ontosemánticas, necesarias para sus trabajos de fundamentación de la matemática, concretadas sobre todo en su doble distinción objeto/función y sentido/referencia. Según Frege, el significado de una expresión es un compuesto de básicamente dos elementos: su sentido y su referencia. La referencia es la entidad extralingüística que resulta designada por la expresión, mientras que el sentido se concreta en la forma particular en que aquella entidad resulta designada. Así, mientras la referencia es única, el sentido es plural. La distinción objeto/función es más exótica, pero igualmente límpida y útil. Según Frege, todas las entidades existentes se pueden dividir en dos categorías exclusivas: o son objetos o son funciones. Los objetos son entidades individuales y, sean físicos o no, su naturaleza es completa, saturada, constituyendo, entre otras cosas, la referencia de los nombres propios. Las funciones, entre las que se cuentan los conceptos, son, en cambio, entidades incompletas, que están necesitadas de saturación mediante su combinación con los objetos, lo cual se manifiesta en el lenguaje mediante la unión de su sujeto (término que designa un objeto) y un predicado (término que designa un concepto o función). Con tales distinciones en la mano se pueden solucionar un buen número de problemas filosóficos (que aquí no puedo ni siquiera ilustrar), así que su conocimiento constituye un requisito imprescindible para cualquier estudio semántico serio.

La tercera y última parte, *Sobre los fundamentos de la geometría*, ofrece los tres artículos que Frege dedicó básicamente a criticar la concepción del método axiomático de otro de los gigantes de la historia de la lógica y los fundamentos de la matemática, contemporáneo suyo: David Hilbert. El centro de la discusión, que en parte tuvo lugar por correspondencia, está en que mientras para Hilbert los términos básicos que aparecen en un conjunto de axiomas (que son una especie de verdades fundamentales que no se demuestran) resultan implícitamente definidos por tales axiomas (por ejemplo, el término «punto» por los axiomas que determinan las relaciones entre puntos, rectas, etc.), para Frege los axiomas no pueden jamás ser considerados como definiciones. Hoy se suele decir

que en la polémica tenía razón Hilbert, con el argumento de que, si bien las definiciones implícitas no son realmente definiciones, sin embargo lo que sí define un conjunto de axiomas es una estructura abstracta; posición que se suele atribuir al Hilbert posterior. Constituye, sin embargo, un hecho que semejante cambio de concepción no puede ser localizado en ningún texto concreto de Hilbert. (Curiosamente, un contemporáneo de ambos, Mario Pieri, trabajando aisladamente en Italia, consideraba ya por esas fechas, e incluso antes, que los sistemas axiomáticos definen estructuras abstractas.)

Dado el carácter ya clásico de estos escritos de Frege, de conocimiento imprescindible para todos los interesados en ontología, semántica, filosofía del lenguaje, filosofía de la lógica y filosofía y fundamentos de la matemática, y dada la calidad general de las traducciones que aquí aparecen, el libro es altamente recomendable.

El segundo de los títulos reseñados, la *Introducción a Frege* de Anthony Kenny, viene avalado por el éxito entre nosotros de un *Wittgenstein* del mismo autor, publicado originalmente en 1973 y traducido en Alianza. Como en aquel caso con el genial austríaco, el libro es un estudio cronológico de las principales obras de Frege, con la vista puesta en el lector interesado en la filosofía analítica en general, y más en particular en los estudiantes y profesores de lógica y filosofía del lenguaje. Se compone de doce capítulos: uno constituido por una presentación general y biográfica; dos dedicados a la *Conceptografía* (1879); dos a *Los fundamentos de la Aritmética* (1884); dos a los grandes artículos sobre ontología y semántica (1891-1892); dos a *Grundgesetze der Arithmetik* (1893 y 1903); dos a las *Investigaciones lógicas* (1918-1923) y un capítulo final muy juiciosamente titulado *La hazaña de Frege*. La obra se completa con dos útiles apéndices destinados, respectivamente, a la notación simbólica en dos dimensiones de Frege (ahora sólo de interés histórico tras la universal aceptación de la notación lineal de Peano) y a los criterios seguidos para la traducción de los términos alemanes (adaptada al castellano por Trevijano), más un índice analítico bastante completo.

Conceptografía fue la obra que Frege dedicó a inaugurar sus ideas sobre formalización de la lógica, es decir, sobre la posibilidad de presentar sus teoremas (proposiciones demostradas) como deducibles de un pequeño conjunto de proposiciones no demostradas (axiomas), pero evidentes por sí mismas, todo ello con un lenguaje formal, cuyos símbolos están dotados de un alto nivel de generalidad y abstracción. Además, Frege introdujo ya entonces distinciones e ideas que vendría a desarrollar en sus trabajos posteriores, con el objetivo general de dotar a la matemática de una sólida fundamentación en la lógica y no en las «leyes del pensamiento» que le parecían demasiado subjetivas. Como consecuencia general, destaca la facilidad con que el nuevo sistema lógico-simbólico libra el contenido conceptual de las proposiciones matemáticas de las imprecisiones y ambigüedades propias del lenguaje ordinario, rasgo éste que puede considerarse como un hito fundacional de la corriente analítica en filosofía.

En la siguiente obra, *Los fundamentos de la aritmética*, Frege aplicó algunos de los instrumentos ya introducidos a la noción general de número (véase lo ya dicho más arriba sobre ello), hasta lograr una definición sumamente precisa que, como destaca Kenny, tiene la virtud de haber sido construida a

partir del famoso principio del contexto, según el cual no hay que preguntarse por el significado de las palabras salvo en el seno de la proposición. Así, es el análisis de las proposiciones donde aparecen los numerales (términos o símbolos usados para referirnos a los números) lo que debe constituir la base de toda investigación filosófico-fundacional del concepto general de número. Con ello, puede decirse que Frege pone los cimientos de lo que después se llamaría filosofía analítica clásica. Sin embargo, antes de combinar el lenguaje formal y las técnicas de prueba introducidos en su obra anterior con las definiciones aquí construidas, Frege dedicó todavía algún tiempo (1891-1892) a consolidar las distinciones ontosemánticas ahora clásicas asociadas a su nombre: los dos pares objeto/función y sentido/referencia (véase también más arriba), que le consagrarían algo después no ya como importantísimo filósofo de la lógica y la matemática, sino como fundador de la moderna filosofía del lenguaje.

Provisto de todo lo referido, aborda Frege su obra fundamental, los *Grundgesetze*, destinada a cubrir los mismos objetivos generales, pero ya con el máximo rigor, tanto en la exposición y fundamentación semántico-filosófica como en la introducción de los conceptos y el desarrollo de las demostraciones. Kenny expone, de nuevo con gran claridad, las líneas básicas de esa obra, incluyendo la catástrofe ocurrida justo cuando su segundo volumen estaba a punto de publicarse: la famosa carta de Russell de 1902 en la que el entonces joven investigador de los mismos temas le comunicaba al viejo maestro que uno de sus axiomas daba lugar a una extraña paradoja (desde entonces conocida como «la paradoja de Russell»): si la clase de todas las clases que no se pertenecen a sí mismas se pertenece a sí misma, entonces esa clase no se pertenece a sí misma, y viceversa. Todavía le dio tiempo a Frege a incluir un pequeño apéndice en el que apuntaba posibles líneas de solución, pero todas ellas resultaron vías muertas, así que tuvo que terminar reconociendo, con gran mérito intelectual y valentía, que el objetivo central de su vida no había sido logrado. Eso no quita para que, como destaca Kenny en el capítulo final, el conjunto total de sus aportaciones sea de tal calibre que el haberlas realizado pueda calificarse como una gran hazaña de incalculable influencia y actualidad.

Los capítulos dedicados a las *Investigaciones lógicas* tienen menos interés, pues se trata de escritos tardíos con objetivos mucho más modestos, pero la exposición sigue siendo aquí igual de clara, de forma que el lector puede continuar apreciando la sutileza y penetración típicas de Frege, ahora aplicada a temas de todavía más interés filosófico, como la naturaleza objetiva del contenido del pensamiento y la esencia de las conectivas lógicas (usadas para concatenar sus proposiciones).

Lo único que quizá habría que advertir es que el capítulo de presentación biográfica, así como algunas afirmaciones históricas, necesitarían de ulterior elaboración para estar a la altura de lo que hoy sabemos sobre el contexto de aparición de algunos de los logros de Frege. Sin embargo, en conjunto estamos ante una obra que, aunque podrían señalársele competidoras en inglés, no tiene hoy por hoy rival en castellano, estando además traducida de forma clara y correcta. Puedo concluir, pues, recomendándola calurosamente a los lectores en nuestra lengua.