Con la colaboración del COLEGIO LIBRE DE EMÉRITOS

RdL Revista de Libros
SEGUNDA ÉPOCA

CARTAS A AMALIA nº 168 | 01/12/2010

Industrias y andanzas de Grisha Perelman

Jesús Hernández

Estas líneas se escriben cuando la prensa acaba de recoger la noticia, esperada, de que el matemático ruso Grigori (*Grisha*) Perelman no se ha presentado a recoger el premio de un millón de dólares que el Instituto Clay le ha concedido por haber resuelto uno de los «siete problemas del millón», la llamada conjetura de Poincaré. El premio le hubiera sido entregado en un acto que se celebró en el Instituto Henri Poincaré de París, culminando así una reunión dedicada a este asunto. A la noticia añaden algunos periódicos –no todos– otra, de la que no diremos nada por el momento. Vayamos por partes.

Tal vez recuerde el lector que, en agosto del año 2006, se celebró en Madrid el Congreso Mundial de Matemáticos –no de Matemáticas, ni tampoco de matemáticos y matemáticas–, en el que el rey don Juan Carlos entregó los premios que se conceden en tales reuniones, las llamadas Medallas Fields, y que uno de los cuatro premiados, el propio Perelman, no acudió a recoger la suya, pese a todos los intentos de los organizadores para convencerlo. Tampoco esto fue una sorpresa, como explicaremos más abajo. No es la única distinción que mereció su trabajo, ya que la revista *Science* designó su demostración como el acontecimiento científico del año 2006.

Recordemos, por si fuera útil, que Alfred Nobel no creó un premio para las matemáticas y que esta ausencia ha venido explicándose de varias maneras, ninguna convincente. Una de ellas es que se trataría de una venganza contra el gremio matemático por las infidelidades de su esposa con uno de sus miembros. Incluso se ha señalado, más por tradición oral que por escrito, a Gösta Mittag-Leffler, catedrático de la Universidad de Estocolmo, matemático excelente pero no de primerísima fila (inferior, por ejemplo, a su amigo Poincaré) y hombre de intensa vida social, matemática y mundana, como responsable de ese pecado original que todos los del oficio venimos purgando desde entonces. Pero esta explicación cojea un poco, porque resulta que Nobel era soltero. Sólo ha redimido a medias al gremio el magnate (y matemático aficionado) canadiense John Charles Fields mediante la creación de unas medallas que han venido concediéndose cada cuatro años, coincidiendo con los congresos mundiales, desde 1936, muy por debajo en dotación económica, y sobre todo en resonancia, con respecto a los Premios Nobel. También les diferenciaba de éstos la aplicación de la regla no escrita –pero rigurosamente respetada, como la Constitución inglesa– de que los premiados deben tener menos de cuarenta años. Añadamos que en 2002, con motivo del bicentenario del nacimiento del gran matemático noruego Niels-Henrik Abel (1802-1829), se creó en Noruega el Premio Abel, con una cuantía parecida al Nobel y sin condiciones de edad, que ha venido otorgándose desde entonces.

¿Qué es eso de la conjetura de Poincaré? Una conjetura es una afirmación de la que se sospecha que puede ser cierta, pero sin que se haya dado una demostración rigurosa de ella. A veces se utiliza alguna otra expresión, como «hipótesis». No parece que haya motivo para preferir una u otra, pero la costumbre es hablar de la «hipótesis de Riemann» (otro de los problemas del millón y tal vez el problema sin resolver más importante de la matemática) o de la «hipótesis de Goldbach», que dice que todo número par puede escribirse como suma de dos números primos. Y se ha hablado durante siglos del «último teorema de Fermat», cuya demostración se hizo esperar hasta 1994 de manos de Andrew Wiles (con la ayuda de su colaborador Richard Taylor para remediar una laguna que se encontró en la demostración).

La conjetura de Poincaré que ha demostrado Perelman puede formularse de manera un tanto vaga diciendo que toda superficie que tiene algunas de las propiedades topológicas más llamativas de la esfera es una esfera (el lector encontrará más abajo un enunciado más satisfactorio). La topología es una rama de las matemáticas con una historia bastante peculiar, en cuyo comienzo aparecen dos de los más grandes matemáticos de la historia, Leonhard Euler y Carl Gauss, pero que no cristaliza como tal rama con estatus propio hasta en torno a 1900, gracias sobre todo a Poincaré. A Euler se deben dos resultados fundamentales: la solución del problema de los «puentes de Königsberg», consistente en saber si era o no posible recorrer los siete puentes de la ciudad pasando una –y una sola– vez por cada uno de ellos (no lo es); y el famoso teorema de Euler, que dice que en un poliedro la suma del número de caras y vértices es igual al de aristas más dos.

Henri Poincaré (1854-1912) fue uno de los matemáticos y físicos más destacados de su tiempo, con aportaciones decisivas en casi todas las ramas de la matemática, la mecánica celeste y la teoría de la relatividad. Suele decirse que la topología es una rama de las matemáticas en la que se estudian las transformaciones de las figuras que se llaman «continuas», lo que viene a decir que pueden estirarse o encogerse (las distancias no cuentan), pero no cortarse o desgarrarse (esas transformaciones serían «discontinuas»). Y suele ponerse también el ejemplo de que, desde este punto de vista, una esfera y un cubo son lo mismo, mientras que un «donut», que en geometría recibe el nombre de toro, no lo es: tiene un «hueco», en tanto que la esfera no tiene ninguno.

Si comunicamos ahora al lector que de lo que se trata es de clasificar todas las variedades compactas de tres dimensiones, es muy posible que se diga que, bueno, hasta aquí hemos llegado, y que al fin y al cabo la cultura es de letras. Intentemos calmar su justificada ira diciendo que «variedad» es un término técnico que extiende la idea que podemos tener tanto de las curvas en el plano (circunferencias, parábolas, etc.) como de las superficies en el espacio de tres dimensiones (planos, esferas, conos, etc.) a espacios con un número cualquiera de dimensiones. Espacios en los que, claro, no pueden seguir haciéndose dibujos.

Hay que tener cuidado –creemos– con un punto que no siempre se precisa lo bastante, y es qué quiere decir tres dimensiones cuando se habla de la conjetura de Poincaré. Todos tenemos una idea de lo que significan los conceptos de una, dos y tres dimensiones en nuestra vida diaria y en el bachillerato, pero al hablar de dimensión de una «variedad» está diciéndose algo un poco distinto. Una circunferencia puede describirse mediante un número (un parámetro) que puede ser el ángulo de 0 a 360 grados que forma el radio con una dirección fija, y una esfera mediante dos parámetros –longitud y latitud– que, como sabemos, varían. Así pues, la circunferencia, que es una curva en el plano, es una variedad de dimensión 1 y la esfera, que está en el espacio de tres dimensiones, es una variedad de dimensión 2 (y no 3). La misma idea puede extenderse a cualquier dimensión, sólo que se ha perdido la intuición geométrica dada por la representación gráfica. La dimensión de una variedad viene a ser el número mínimo de parámetros independientes que permiten describirla. La esfera de dimensión tres será entonces un conjunto de puntos del espacio de cuatro dimensiones, y no del espacio físico de tres dimensiones al que estamos acostumbrados.

La conjetura de que estamos hablando aquí no fue la primera enunciada por Poincaré, quien hacia 1900 se planteó el problema de saber si toda variedad cerrada de dimensión 3 con la misma homología –no se preocupen por lo que esto quiere decir– de la esfera es efectivamente una esfera. Y el problema lo resuelve él mismo poco más tarde mostrando con un ejemplo que no es así. Eso le lleva a modificar el problema, preguntándose ahora si toda variedad cerrada con la homotopia de la esfera es una esfera. Con otras palabras, si toda superficie cerrada en la que toda curva puede deformarse de manera continua a un punto es una esfera.

En cuanto al posible significado físico, la conjetura suele ponerse en relación con las posibles «formas» del universo. En 1910, el matemático alemán Max Dehn (1878-1952) –quien, por cierto, terminó su exilio norteamericano en el maravilloso Black Mountain College de Cage, Cunningham, Rauschenberg, el matrimonio Albers y otros– hace algo bastante frecuente: estudiar un problema un poco más sencillo y, por tanto, con más posibilidades de ser resuelto, pero de todos modos muy interesante: el problema correspondiente para nudos. En este terreno, Dehn enuncia y demuestra un teorema fundamental. Pero en 1929 otro ilustre colega, Hellmuth Kneser, encuentra un error en la demostración, y hasta 1957 no se da una demostración sin fallo por parte de uno de los grandes especialistas en la conjetura, el griego, avecindado en Estados Unidos, Christos Papakyriakopoulos, autor de algún intento fallido de demostración.

La historia de la solución de la conjetura durante cerca de un siglo pone de manifiesto algunas de las características complicaciones y sutilezas que abundan en la historia de la matemática. La primera es que el problema se ensancha, se *generaliza*, se sumerge en una familia (que puede ser infinita) de problemas: aquí se considera el problema en una dimensión de espacio n cualquiera. Una vez planteado así, resulta que no hay una demostración que valga para toda n y que la dificultad no aumenta, como cabría esperar, al crecer n. Para n = 1 es muy sencillo y para n = 2, ya mucho más difícil, fue resuelto hacia 1907 de manera independiente –algo más frecuente de lo que puede pensarse– por el propio Poincaré y el alemán Paul Koebe. Pero a partir de aquí no se respeta el orden: es más, n = 3 y n = 4 serán los casos más duros y, por tanto, los últimos en resolverse.

En los primeros años sesenta, curiosamente, el problema va siendo resuelto, y por varios matemáticos, en las dimensiones iguales o mayores que 5. Sin entrar en los detalles, a veces engorrosos, digamos que lo hace el norteamericano Stephen Smale (Medalla Fields en 1966 por esta y otras proezas), pero también ofrecen demostraciones John Stalllings para n = 6, 7 y Erik C. Zeeman, más conocido por sus aportaciones a la famosa teoría de catástrofes de René Thom, para n = 5. En 1970 sólo faltaban las dimensiones 3 y 4. No hubo nada muy notable en unos cuantos años.

También en 1961 otro matemático, Wolfgang Haken, demuestra el resultado para nudos; se trata del mismo Haken que ha dejado su nombre, asociado al de Kenneth Appel, con la demostración, obtenida en 1976 haciendo amplio uso del ordenador, de otro de los grandes teoremas de la matemática demostrado a finales del pasado siglo, el de los «cuatro colores», que dice que todo mapa que cumpla ciertas condiciones puede ser coloreado con cuatro colores (pero no con menos), de modo que a dos regiones limítrofes correspondan colores distintos.

Ha habido también, desde luego, muchos anuncios de haber logrado la demostración, y no sólo provenientes de excéntricos o de matemáticos «marginales», sino también de algún gran topólogo como el inglés J. H. C. Whitehead, que llegó a publicar (en 1934) una de éstas y después encontró para su resultado falso un contraejemplo refinadísimo que dio lugar a interesantes estudios. En 1982, Perelman gana en Bucarest la Olimpiada matemática, la competición internacional para jóvenes más prestigiosa. Y ese mismo año confluyen, quién sabe por qué, varios acontecimientos decisivos:

a) Un joven matemático estadounidense, Michael Freedman, publica la demostración para n = 4. La demostración sorprende porque no se vale tanto de argumentos topológicos como de otra rama distante de la matemática, la llamada teoría de Yang-Mills de la física matemática. Por ello recibió la Medalla Fields en 1986.

b) Recibe una Medalla Fields el estadounidense William Thurston por sus trabajos sobre la clasificación de las variedades en dimensión tres. A él se debe la que se ha denominado «conjetura de geometrización», según la cual todas estas variedades pueden construirse en cierto sentido a partir de ocho tipos fundamentales, uno de los cuales es la esfera. La conjetura de Poincaré se sigue de este enunciado más general. Thurston dio pasos importantes en esa dirección, pero no llegó a una demostración general.

c) Otro estadounidense, Richard Hamilton, introduce, inspirándose en la ecuación que describe la propagación del calor, lo que se llama flujo de Ricci, que enseguida se ve que puede llevar a una demostración de la conjetura de Poincaré. Otro galardonado con la Medalla Fields de este año, el chino formado en Estados Unidos Shing-Tung Yau, le anima a seguir por ese camino, en el que realiza avances notabilísimos. Pero acaba encontrando dificultades en apariencia insalvables y se queda atascado. Es aquí donde surge nuestro hombre[1].

Grigori Perelman nació en Leningrado en 1966, hijo de un ingeniero y una profesora de matemáticas, ambos judíos. Como suele decirse, mostró desde muy joven dotes para el oficio, y ganó a los dieciséis años la Olimpiada matemática. Después siguió una carrera brillante en su ciudad, doctorándose y publicando artículos importantes de geometría diferencial. A comienzos de los años noventa estuvo en Estados Unidos en una visita posdoctoral por varias de las mejores universidades, y allí tuvo noticia de los trabajos de Hamilton sobre el flujo de Ricci y se interesó por el asunto. Recibió ofertas para quedarse, que rechazó, y volvió a Rusia para desaparecer desde más o menos 1994. (Recordemos que también Wiles se encerró durante algunos años para elaborar su demostración el teorema de Fermat.) Reaparece guadianescamente en 2002 con varios artículos que suponían la demostración de la conjetura de geometrización y, por tanto, la de Poincaré en dimensión 3. Entre tanto, había rechazado ya un premio que le había concedido la Sociedad Matemática Europea en 1996.

Se le ha tratado de personaje de Dostoievski, se ha dicho que es el Bobby Fischer de la matemática, se han comentado sus rarezas. Ha vivido siempre con su madre en un apartamento modesto de San Petersburgo, ha mostrado muy poco interés por los fastos mundanos y mucho por la matemática. Su aliño indumentario es más que torpe, es enemigo declarado del coche y suele ir andando a todas partes. En Estados Unidos enviaba dinero a su madre y procuraba gastar poco. Se dice que confesó a un amigo que con el dinero ahorrado de esta manera podía vivir el resto de sus días, así que ya me dirán ustedes qué va a ser de este chico en la posmodernidad. Pero parece que dice cosas bastante sensatas. Y se sabe que le gusta mucho la ópera; va a «gallinero», claro. Sin embargo, la historia no acaba aquí. Empieza otra, o más bien otras. Veamos cuáles y por qué.

1. En contra de los usos y costumbres, Perelman no envía sus artículos a revistas prestigiosas para que sean publicados tras el correspondiente proceso de informes, revisiones, etc. Se limita a colgarlos en Internet, en una página web, ArXiv, que recoge lo que en la jerga se llama *pre-prints* (prepublicaciones).

[2]. Esto no es todo. Los artículos (tres, con unas setenta páginas en total) están escritos de modo sumamente conciso y denso, lo que hace su examen todavía mucho más arduo de lo que ya lo sería en cualquier caso. Además, Perelman dejó claro que no estaba dispuesto a escribir una versión más extensa y legible. Esto dio lugar a que varios «equipos» de colegas se pusieran a trabajar con lupa sobre los artículos con vistas a determinar si había algún error. Pasaron unos tres años hasta que llegaron a la conclusión de que la prueba era correcta.

3. Cuando se decide concederle la Medalla Fields en el congreso de 2006, la rechaza. De hecho, en diciembre de 2005 había renunciado a su puesto en el instituto de investigación de San Petersburgo.

Vayamos, una vez más, por partes. Dos parejas de norteamericanos se pusieron a la tarea, repartiéndola además en el sentido de que John Morgan (Columbia) y Gang Tian (MIT) se centraron en la conjetura de Poincaré, mientras que Bruce Kleiner y John Lott (Ann Arbor) lo hicieron en la de geometrización. Trabajaron en colaboración, colgaron textos en una web, organizaron seminarios y reuniones, esas cosas. Consultaban dudas por correo electrónico a Perelman, quien contestaba con prontitud y precisión. En 2005 llegaron a la conclusión de que la demostración es correcta y algún desliz sin importancia es todo lo que encuentran. Pero el libro que escriben Morgan y Tian con los detalles tiene unas quinientas páginas, siete veces lo escrito por Perelman.

Esto no es todo. Dos matemáticos chinos, Huai-Dong Cao (Leigh) y Xi-Ping Zhu (Sun Yat-sen), discípulos del Yau antes citado, se ponen aparentemente a lo mismo. No conectan nunca con Perelman. En diciembre de 2005 envían a una revista dirigida por

Yau, el *Asian Journal of Mathematics*, un artículo de más de trescientas páginas que –dicen– contiene una demostración completa y detallada de los resultados, afirmando llenar tanto los «huecos» de Perelman como otros de las notas de los antes citados. El texto es un tanto ambiguo en cuanto al reconocimiento dado a Perelman. Cuatro meses después, el artículo es aceptado para su publicación sin que haya ningún informe de un experto, se comunica el hecho sólo unos días antes al consejo de redacción y se altera el orden para que aparezca en junio de 2006, algo que provocó críticas en la comunidad matemática. Yau ofreció después una explicación que no es la mejor posible: afirmó que, tras negarse otros, acabó por hacerlo él mismo, solo, el informe, tras escuchar a sus discípulos.

Esto sigue sin ser todo. Dos semanas después de la publicación de este artículo se celebra en Pekín en junio un congreso organizado por Yau, en el que interviene Hamilton, donde se elogian enormemente las contribuciones de los matemáticos chinos, algo de lo que la prensa china se hace eco con fuerza. Persiste la ambigüedad y el «una de cal y otra de arena» sobre Perelman. Y poco después un becario californiano descubre que el artículo de Cao y Zhu se parece demasiado a las notas de Kleiner y Lott, lo que obliga a los primeros a publicar una nota en la que, entre otras cosas, dicen: «Queremos reconocer que nuestro tratamiento del tema sigue, con algunas modificaciones, la versión de junio 2003 de las notas de Kleiner y Lott»2.

Y no hemos acabado. El 28 de agosto –es decir, en pleno congreso–, el muy afamado *The New Yorker* publica un largo artículo firmado por Sylvia Nasar y David Gruber[3] que incluye las conversaciones que han tenido con Perelman después de que éste haya renunciado a su trabajo como investigador y haya rechazado, pese a los argumentos del presidente de la sociedad matemática organizadora, John Ball, desplazado a San Petersburgo para ello, ir a Madrid a recoger la Medalla Fields, que no quiere: «Cualquiera puede entender que, si la demostración es correcta, no hace falta ningún otro reconocimiento», repite.

El artículo arranca precisamente con el congreso en Pekín ya referido y pasa a describir la trayectoria de Perelman, su estancia en Estados Unidos y su trabajo hasta llegar a demostrar el teorema. Hace la revelación de que propuso a Hamilton trabajar juntos: «En 1996 escribió una larga carta a Hamilton esbozando una idea con la esperanza de colaborar. “No respondió –dice Perelman–. Entonces decidí trabajar solo”». Preguntado más tarde sobre este punto, Hamilton lo ha negado. Pero el artículo se ocupa también, y mucho, de Yau, de sus actividades en Estados Unidos (catedrático en Harvard) y en China. Tras afirmar que han pasado más de diez años desde su último resultado importante, saca a relucir un feo asunto de prioridad con un joven norteamericano de nombre Alexander Givental, y entra en cuestiones de lucha por el poder (matemático) en China, se asegura que Yau intentó que el congreso mundial de 2002 se celebrara en Hong-Kong y no en Pekín y se mencionan las acusaciones de Yau a Tian de corrupción, que éste niega, pero a las que no replica con dureza por el respeto chino ancestral a su maestro. También se hace eco del temor manifestado en algún momento por Yau de que Tian quisiera «robar» del trabajo de Cao y Zhu, lo que, a la vista de lo dicho más arriba... Y, en fin, el artículo termina con una serie de consideraciones, que no una explicación clara y bien articulada, acerca de la decisión ya tomada de abandonar su profesión, algo que –eso sí parece claro– tiene que ver con la moral de la profesión: «Desde luego, hay muchos matemáticos que son más o menos honrados. Pero casi todos son conformistas. Son más o menos honrados, pero toleran a los que no lo son».

La reacción de Yau al artículo fue muy aparatosa. Su abogado amenazó a la revista, varios colegas cuyas manifestaciones habían sido reproducidas las desmintieron o atenuaron, o negaron haber autorizado su reproducción. Las declaraciones acerca de lo buen matemático que era Yau fueron tan abundantes como innecesarias. Y alguna declaración del mismo Yau, del tenor de: «Más allá del daño hecho a mi reputación, intentamos minimizar el daño hecho a la propia comunidad matemática, que ha sido presentada vergonzosamente como más contenciosa que cooperadora y con más competitividad que compañerismo». Lo cual nos recuerda a algún «líder de vestuario» del fútbol español o argentino.

En el congreso de Madrid las cosas fueron como se suponía que debían ir. Morgan y Hamilton hablaron sobre la conjetura y los elogios a Perelman, fueron francos y sin reticencias. Yau no asistió «por motivos familiares»: ¿lo habían oído alguna vez? Y lo último que sabemos (de ayer) es que Perelman ha formalizado su renuncia al millón de dólares. Sartre renunció al Nobel, sí, pero nunca a sus pingües derechos de autor, y acabó pidiendo el dinero del Nobel, no sé si se acuerdan ustedes. Otro matemático poco convencional, Alexander Grothendieck, no fue a Moscú en 1966 a recoger la Medalla Fields por motivos políticos, pero la había aceptado. De nuestro hombre se ha dicho que da clases particulares para ganarse unos duros y en algún lugar de Internet se asegura que su casa está llena de cucarachas y que sus vecinos se quejan. Y también que, según algunos amigos, lleva un tiempo dedicado a la demostración matemática de la existencia de Dios, y hay quien piensa que lo ha logrado[4]. Si es así, cuál no será su tristeza cuando sepa que el resultado ya fue publicado en una revista española[5]. Y es que en eso no nos gana nadie.

Esperemos que Perelman no se despeñe por esos abismos. Que siga su vida, que vaya a la ópera, que siga escuchando esa *Traviata* de 1946 cantada por Licia Albanese que tanto le gustaba de joven y que nunca, nunca, llegue a leer lo que dice de ella el maestro Rodolfo Celletti.

---

[1] Para más información sobre todo el episodio, pueden verse los libros de George Szpiro, *Poincaré's Prize*, Nueva York, Dutton, 2007; Donal O'Shea, *The Poincaré Conjecture. In Search of the Shape of the Universe*, Nueva York, Walker, 2007. Existe versión castellana: *La conjetura de Poincaré. En busca de la forma del universo*, trad. de Ambrosio García Leal, Barcelona, Tusquets, 2008.

[2] Incluso la prensa diaria se hizo eco. Véase, por ejemplo, Javier Sampedro, «China copia la fórmula del millón», *El País*, 6 de junio de 2006.

[3] Sylvia Nasar y David Gruber, «Manifold Destiny. A Legendary Problem and the Battle Over Who Show It», *The New Yorker*, 28 de agosto de 2006, pp. 44-57. Sylvia Nasar es autora del libro *Una mente prodigiosa* (Barcelona, Mondadori, 2001).

[4] «Grigori Perelman asegura haber probado matemáticamente la existencia de Dios», *ABC*, 4 de junio de 2010.

[5] Véase Arcadi Espada, «Dios más Dios son cuatro», *El País*, 7 de marzo de 2004. Para el artículo en cuestión, véase Baltasar Rodríguez Salinas, «Sobre los big bangs y el principio y el final de los tiempos del universo», *Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, núm. 97 (2003), pp. 147-160.*