

## ¿Vale más pájaro en mano?

José Antonio Herce / Miguel Ángel Herce

Cuando empezamos a escribir la entrada de esta semana, el pasado viernes 6 de noviembre, seguíamos sin saber con toda certeza si el nuevo presidente estadounidense seguiría siendo el republicano Donald Trump o si lo sería el demócrata Joe Biden. Al momento de continuarla, al día siguiente, la cadena CNN, entre otras, pronunciaba presidente-electo a Biden (a las 11:25 de la mañana, hora de Boston) al concederle el importante estado de Pensilvania (con 20 votos del colegio electoral) y poco después lo declaraba ganador en el estado de Nevada, con las únicas incógnitas de Arizona y Georgia, seguramente para Biden, y Carolina del norte y Alaska, de premio de consolación para el desconsolado Trump, pero ya sin relevancia alguna para alterar el resultado de una de las elecciones presidenciales más apasionantes y trascendentales que se recuerdan en ese país.

No es de extrañar, por lo tanto, que estos hayan sido días en que palabras y expresiones tales como «posibilidad», «probabilidad», «esperanza» y hasta «certeza», sin olvidar las tan denostadas como «encuesta» o tan misteriosas como «lo exponencial», están en boca de todos, entre los que nos incluimos, por si quedara alguna duda, sus seguros servidores.

Esta feliz circunstancia nos anima a seguir en la senda de la educación, no solo financiera, sino también, agárrense, estadística. Educación financiera, porque las nociones de posibilidad, probabilidad y esperanza son fundamentos muy sólidos y necesarios de todo análisis financiero que se precie[1]; y educación estadística, porque, francamente, la necesitamos en este siglo XXI más que el pan nuestro de cada día[2]. ¿Qué te parece, admirado gemelo?, comparada con el pan, la estadística nos da energía sin las calorías.

Metiéndonos ya en materia, intentaremos despejar la nube de *incertidumbre* que rodea a muchos de estos términos, dentro de las *posibilidades* de esta entrada.

### Posibilidad, probabilidad y certeza

Las palabras posibilidad y probabilidad se usan con frecuencia de forma equivalente en conversaciones coloquiales, en mensaje en las RRSS y en columnas periodísticas. Aunque lo coloquial les da cierta licencia, estas palabras no son equivalentes cuando es necesario hablar o escribir con precisión y si así se usan, reflejan desconocimiento (que es la variante noble de la ignorancia), pereza mental o ambas cosas a la vez. Podemos ilustrar esta distinción con un ejemplo.

En principio, es posible que mañana luzca el sol (y posible que salga, también), que haya nubes y no luzca, que llueva, que truene o que nieve. Cada una de estas manifestaciones meteorológicas es posible. Posible a secas, aunque llueva. En conversaciones informales, todos entendemos lo que significa «es muy posible que

mañana llueva» o «*lo más* posible es que mañana no nieve», lo cual es un abuso del lenguaje, especialmente cuando queremos expresar las ideas subyacentes de forma precisa, en cuyo caso es necesario decir algo como «es muy probable que mañana llueva» o «lo más probable es que mañana no nieve».

Lo posible es lo que puede pasar y lo probable es algo más complicado. En el ejemplo concreto del tiempo que podríamos observar mañana, las observaciones históricas y su modelización por estadísticos y meteorólogos, permiten asignar una probabilidad de realización a cada una de las posibilidades que hemos contemplado. La probabilidad de un suceso posible se mide por un número entre 0 y 1 (o entre 0% y 100%), ambos extremos incluidos[3]. Cuando agrupamos todos los posibles y diferentes estados del tiempo, las respectivas probabilidades suman precisamente 1, indicando algo así como que «la probabilidad de que algo pase mañana, en lo que se refiere a la meteorología, es 1».

Cuando los teóricos de la probabilidad se ponen estupendos, nos aseguran que no hay nada imposible; que lo que hay son posibilidades cuya probabilidad es cero. Volviendo a nuestro ejemplo, esto es como decir que la probabilidad de que el sol no salga mañana es cero... de momento. Nosotros, que somos muy optimistas, quizá demasiado, nos apuntamos con entusiasmo a esta interpretación. Por la misma regla de tres, la certeza, incluso la certeza absoluta, es decir, lo que es «muy posible de toda posibilidad», es algo que es posible con probabilidad 1. Y en aras del agnosticismo científico, nosotros decimos ¡amén!

Aprovechamos lo dicho hasta ahora para evaluar lo que un periodista español tuiteaba a las 9:45 PM el 3 de noviembre pasado, la noche electoral: «la probabilidad de que esta noche no sepamos quien gana antes de irnos a dormir, y también de que esto acabe en una batalla político/legal eterna, ha aumentado exponencialmente en las últimas dos horas.» Dejemos al margen lo de que «esto acabe en una batalla político/legal eterna» una posibilidad que, al compás de lo que vamos sabiendo y aunque no lo supiéramos, obviamente tiene probabilidad 0, para concentrarnos en «lo exponencial»[4].

Este comentarista estaba, seguramente, transmitiéndonos un sentimiento de frustración con el recuento y de su temor con las perspectivas del futuro inmediato. Si así era, podría habérselo dicho directamente. Pero si estaba intentando ser riguroso, lo hizo de forma un tanto incorrecta. La realidad histórica es que la probabilidad de saber el resultado de una elección presidencial en los Estados Unidos durante «esta noche» no es particularmente alta. En realidad, en 2016 no se anunció hasta aproximadamente las 2:30 de la madrugada (¡ya en el día siguiente!) que Trump había ganado las elecciones. De forma que la noche del 3 de noviembre no fue muy diferente a otras noches electorales. Pero es que, además, lo de «aumentar exponencialmente en las últimas dos horas» es muy sospechoso si no se es preciso.

El crecimiento exponencial (o geométrico), en un contexto financiero para concretar, implica que 100 euros invertidos al 5% anual se duplican cada 14 años o que invertidos al 10% anual se duplican cada 7 años[5]. Es decir, un crecimiento exponencial logra que, dada una tasa de crecimiento (el 5% o el 10% en este caso), una cantidad inicial (100 euros) se multiplica por un factor constante (se duplica en este caso) cada cierto

número de periodos (14 años al 5% anual o 7 años al 10% anual).

La aplicación de este concepto al caso de las probabilidades que aumentan exponencialmente, digamos hora tras hora, produce resultados que van desde lo razonable hasta lo absurdo. Para ver que esto es así, supongamos que tras el cierre de los colegios electorales la probabilidad de que no se conozcan los resultados en la noche electoral es del 50% y veamos qué pasa si la tasa exponencial de crecimiento de dicha probabilidad a medida que pasan las horas es una u otra.

Si la tasa de crecimiento es del 1% por hora, la probabilidad de no saber el resultado habrá aumentado del 50% al 50,5% al cabo de una hora y al 52,6% al cabo de cinco horas. En estas condiciones en que la tasa de crecimiento es modesta, podemos creer en el crecimiento exponencial y el aumento de la probabilidad de no saber el resultado al final de la noche.

Si, por el contrario, la tasa de crecimiento es, pongamos, el 20% por hora, entonces no tenemos más remedio que admitir que la probabilidad de no saber el resultado habrá aumentado del 50% al 60% al cabo de una hora y al 124,4% al cabo de cinco horas. Es decir, acabaríamos con una probabilidad superior a 1, es decir superior al 100%, de no saber el resultado durante la noche electoral. Tanto la teoría de la probabilidad como el sentido común nos dirían que esto es patentemente imposible (o posible con probabilidad 0).

De forma que, admirado gemelo, ipiéntatelo dos veces la próxima vez que nos hables del fenomenal aumento de las oportunidades que esta pandemia ofrece a la iniciativa y la imaginación!

### **«La media está bien, pero lo que te mata es la varianza»**

Así contestamos uno de nosotros a candidatos que entrevistamos para su posible contratación en la empresa, interesados, lógicamente, por la cantidad de horas semanales que tendrían que cumplir caso de ser contratados. Este tipo de respuesta a una pregunta aparentemente inocente puede satisfacer perfectamente a algunos candidatos e inquietar profundamente a otros y llevar a muy diferentes decisiones en uno u otro caso. La razón es que algunos seres humanos somos adversos al riesgo (es decir, a la variabilidad causada por la incertidumbre) mientras que otros no podemos vivir sin él. Es decir, trabajar 40 horas por semana, cada semana, es, para individuos adversos al riesgo, mejor que, por ejemplo, trabajar 30 horas una semana, 50 otra, etc., incluso si al cabo del año resulta que han trabajado exactamente un promedio de 40 horas semanales. Y lo contrario para los que disfrutamos con la incertidumbre.

Valga esta curiosa anécdota para introducir las nociones de varianza (que describimos en la nota 1 al comienzo de esta entrada) y de aversión al riesgo, o de preferencia por él. Armados con este bagaje, vamos a plantear la siguiente comparación. En español, latín e inglés, respectivamente, encontramos estas tres deliciosas muestras de sabiduría popular, todas ellas directamente relacionadas con la varianza, la incertidumbre y la respuesta frente al riesgo

Caso 1: Más vale pájaro en mano que ciento volando.

Caso 2: *Est avis in dextra, melior quam quattuor extra* (es mejor un pájaro en la mano derecha que cuatro en cualquier otra parte)

Caso 3: *A bird in the hand is worth two in the bush* (pájaro en mano vale lo mismo que dos en la mata),

Indudablemente, estas expresiones tienen sus orígenes en tiempos muy diferentes, en los que la tecnología, la habilidad y el esfuerzo necesarios para cazar pájaros era muy diferente entre las tres tradiciones. Y, sin embargo, ignoremos estas diferencias y hagamos un ejercicio puramente intelectual, en el que supongamos que la tecnología, habilidad y esfuerzo son los mismos en cada uno de los tres casos. De esta forma, podríamos concluir lo siguiente:

La posibilidad de no cazar pájaro alguno en el caso 1 es tan devastadora que aun pudiendo cazar uno o más, hasta cien de ellos, no compensa al potencial cazador por el riesgo (¿y desprestigio?) de regresar con las manos vacías, de forma que está dispuesto a aceptar un pájaro seguro antes que exponerse al más mínimo fracaso. Esto es aversión al riesgo en estado casi puro.

A nuestro potencial cazador en el caso 2 le daría lo mismo obtener un pájaro por lo seguro que echarse al monte y volver con un morral vacío o con uno, dos, tres o cuatro pájaros. Este es, indudablemente, el caso de alguien algo más aventurado que el cazador anterior. Cierta aversión al riesgo, pero no tanta como aquel.

Por último, consideremos el caso 3, el del cazador que estaría igualmente satisfecho con un pájaro por lo seguro o con cazar cero, uno o dos pájaros. Este caso es interesante porque nos puede indicar la existencia de un cazador no solamente indiferente frente al riesgo de regresar con las manos vacías, sino tan aficionado a la caza que desprecia el riesgo.

Supongamos, en primer lugar, que la probabilidad de cazar cero, uno o dos pájaros es la misma, e igual a 0,333 (en realidad 1 dividido por 3; noten que estas tres probabilidades suman 1). En este caso, podemos demostrar que el cazador espera cazar un promedio de exactamente un pájaro en su salida, lo cual siendo igual a lo seguro, convierte a nuestro cazador en una persona indiferente al riesgo. La incertidumbre le da lo mismo que si no existiera.

Supongamos a continuación que la probabilidad de regresar de manos vacías es 0,5 (o un 50%), y que la probabilidad de cazar uno o dos pájaros es la misma en ambos casos, 0,25 (o 25%). Ahora estamos en una situación en que podemos demostrar que ir de caza resulta en una esperanza de cazar 0,75 pájaros (recuerden, estamos haciendo un ejercicio intelectual, no un ejercicio físico), lo cual comparado con la perspectiva de obtener un pájaro por lo seguro nos indica que este cazador tiene cierta preferencia por el riesgo (de no cazar nada); una preferencia posiblemente explicada por los beneficios del ejercicio físico que, seguramente, son tan importantes, como los del ejercicio intelectual.

Hay ocasiones en que no vale más un pájaro en mano; pero ciento volando... es pasarse

de precavido. Así no vamos, en el sentido literal de la palabra, a ninguna parte.

[1]

[2]

[3]

[4]

[5]

---

[1] Si les pica la curiosidad, añadiremos otros términos utilizados para describir las características estadísticas de un conjunto de valores como, por ejemplo, la distribución de edad de los ciudadanos españoles. Además de la media, o esperanza matemática, de la distribución (fíjense, la media de edad entre mi hermano y yo es la misma que nuestras respectivas edades), existen la «moda» (sí, es lo que piensan, el valor que más se lleva o repite), la «mediana» (no, no es el valor que no es ni bueno ni malo), la «varianza» (una medida de la dispersión de los datos alrededor de la media), la «asimetría» (o inclinación de la distribución a un lado u otro de la media), la «curtosis» (bástenles saber que los ingenieros financieros la temen como a la peste), etc.

[2] Capturar la incertidumbre que hasta los más avisados entre nosotros tienen sobre multitud de dimensiones de la naturaleza y la acción humanas en un modelo estadístico es complicado, limitado y poderoso. Por todas estas razones, se echa de menos un mayor interés en la enseñanza, al nivel de la ESO, de las herramientas estadísticas, y, sobre todo, en la forma de pensar a la que un conocimiento de la estadística lleva.

[3] El concepto de probabilidad se entiende de forma natural como una *frecuencia relativa*. Supongamos que en una cadena de producción de tostadoras que fabrica 1.000 tostadoras diarias, se observan unas 70 tostadoras defectuosas cada día (por ejemplo, unos días son 69, otros 70 y el resto 71). En base a estas mediciones, los responsables de control de calidad llegan a la conclusión de que la proporción de tostadoras defectuosas en la cadena es del 7% o, en términos de frecuencia relativa, 0,07 (70 dividido por 1.000). Esta es, esencialmente, la probabilidad de tostadoras defectuosas en la cadena. Este ejemplo ilustra la regla general de que la probabilidad de cualquier suceso es un número comprendido entre 0 (la cadena de tostadoras perfecta) y 1 (apaga y vámonos).

[4] El profundo desconocimiento que existe entre tirios y troyanos, léase legos y ordenados, sobre las

propiedades de «lo exponencial» es de proporciones bíblicas y merece una o más entradas propias. Bástenos decir aquí, que nos hemos escandalizado con la utilización de este término por tantos como han comentado sobre la evolución de la pandemia de la Covid-19 en los últimos meses y no vamos a dejar pasar esta afrenta a la inteligencia humana.

[5] Esta es una propiedad matemática del crecimiento exponencial.